Carpeta de Matemática 8
Nueva edición
ampliada y actualizada

CUADERNILLO 6

Nueva carpeta de Matemática II

Ruth Schaposchnik (coord.)
Luis Garaventa - Nora Legorburu
Patricia Rodas - Claudio Turano

Alumno/a

Curso

6. Expresiones algebraicas. Los números reales 3
Revisión inicial 4
Búsqueda de regularidades 5
Expresiones algebraicas 7
Operaciones con expresiones algebraicas 8
Multiplicación de monomios 9
La propiedad distributiva de la multiplicación y el factor común 10
Productos con nombre propio 11
Cuadrado de una suma 11
Cubo de una suma 12
Producto de una suma por una diferencia 13
Ecuaciones 14
Los números irracionales 16
Los números reales 17
Cálculo aproximado: truncamiento y redondeo 18
Error absoluto, error relativo y error porcentual 19
Aproximación de raíces 20
Orden de magnitud 20
En el mundo real 21
Expresiones algebraicas en la sangre 21
Juegos matemáticos 22
Más actividades 23
Autoevaluación 26
Figuras recortables 27

EJEMPLAR DE PROMOCIÓN

PROHIBIDA SU VENTA Y SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

AIQUE

Este CUADERNILLO 6 pertenece a la Nueva carpeta de Matemática II.
No puede venderse por separado.

DIRECCIÓN EDITORIAL
Teresita Valdettaro

COORDINACIÓN DEL ÁREA DE MATEMÁTICA
Ruth Schaposchnik

EDICIÓN
Nora Legorburu

COPIEDICIÓN
Maricel Besse

CORRECCIÓN
Cecilia Biagioli (coordinación)
Inés Gugliotella

SUPERVISIÓN GRÁFICA
Verónica Uher
Victoria Maier

COORDINACIÓN GRÁFICA
Silvina Roveda

DIAGRAMACIÓN
Daniel Balado
Gabriel Lauría
Silvana López
Estudio DOBLEVUELO

ILUSTRACIONES
Alejandra Lunik
Diego Molina
Diego Stigliano

FOTOGRAFÍA
Archivo Aique

PRODUCCIÓN INDUSTRIAL
Pablo Sibione

Agradecemos la colaboración de Gustavo Delupi en el control de las respuestas.

© Copyright Aique Grupo Editor S. A.
Valentín Gómez 3530 (C1191AAP)
Ciudad de Buenos Aires
Teléfono y fax: 4867-7000
e-mail: editorial@aique.com.ar - www.aique.com.ar

Hecho el depósito que previene la Ley 11.723
LIBRO DE EDICIÓN ARGENTINA
I.S.B.N. 978-987-06-0059-6
Primera edición

La reproducción total o parcial de este material en cualquier forma que sea, idéntica o modificada y por cualquier medio o procedimiento, sea mecánico, electrónico, informático, magnético y sobre cualquier tipo de soporte, no autorizada por los editores, viola derechos reservados, es ilegal y constituye un delito.

Nueva carpeta de matemática II / Luis Garaventa...[et.al.]. ; coordinado por Ruth Schaposchnik - 1a ed. - Buenos Aires : Aique Grupo Editor, 2007.
256 p. ; 28x20 cm.

ISBN 978-987-06-0059-6

1. Matemática-Enseñanza Media. I. Schaposchnik, Ruth, coord.
CDD 510.712

Esta edición se terminó de imprimir en enero de 2007 en Morello S. A., Víctor Martínez 1881, Ciudad de Buenos Aires.

6 EXPRESIONES ALGEBRAICAS. LOS NÚMEROS REALES

Cuando escribimos fórmulas o expresiones que valen para cualquier número, utilizamos el *lenguaje simbólico*, en el cual las letras representan números desconocidos o cantidades a cuyo valor no nos interesa referirnos.

En estos casos hacemos uso de *expresiones algebraicas*.

Sabrina y Matías están dando una clase especial de Matemática; sin embargo, hay más letras que números escritos en el pizarrón.

- ¿Qué utilidad tienen las expresiones que escribieron en el pizarrón?
- ¿Qué representan las letras que escribieron?
- ¿Qué otras fórmulas conocen? ¿Para qué se usan?

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

REVISIÓN INICIAL

1 Completen la tabla como en el ejemplo. (Las letras representan números enteros).

Lenguaje coloquial	Lenguaje simbólico
El siguiente de un número n.	$n + 1$
El anterior del doble de un número x.	
	$(a + 1) : 2$
El doble del anterior de un número l.	
	$2\,b + 1$

2 Patricia tenía $\$k$ al salir de su casa. Al llegar al kiosco se encontró con su hermanito, que le pidió \$1 para comprar un chocolate. Después fue a la librería y gastó \$3. Cuando regresaba a su casa se cruzó con Federico, que le devolvió los \$2 que le debía. Al volver a su casa le quedaban $\$h$. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones permiten calcular h conociendo k?

a) $h = k - 1 - 3 + 2$

b) $h = k - (1 - 3 - 2)$

c) $h = k - (1 + 3) + 2$

d) $h = k - (1 + 3 + 2)$

3 ¿Cuál o cuáles de las siguientes identidades expresan la propiedad asociativa de la suma?

a) $(m + n) + p = (n + m) + p$

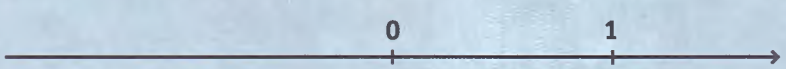
b) $(m + n) + p = m + (n + p)$

c) $m + n + p = m + (n + p)$

d) $m + n + p = (m + n) + p$

4 Representen sobre la recta numérica los siguientes números:

a) $\frac{1}{2}$; 0,75; −1,5; $\frac{5}{4}$



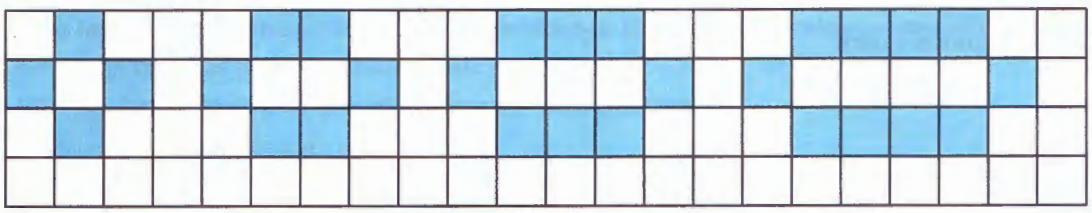
b) $-a$; $1{,}5a$; $-\frac{3}{4}\,a$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Búsqueda de regularidades

5 Hugo y Cecilia pintan cuadraditos en una hoja cuadriculada de tal manera que forman una secuencia, y tratan de adivinar cuántos cuadraditos tendrá un determinado término de la secuencia.

Hugo pintó esta secuencia de cuatro figuras:



a) Completen la tabla, en la que n representa el número de orden en la secuencia y C, la cantidad de cuadraditos de color.

n	1	2	3	4	5	6
C	4	6				

b) ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones representan la cantidad de cuadraditos de color que corresponde al lugar n en la secuencia?

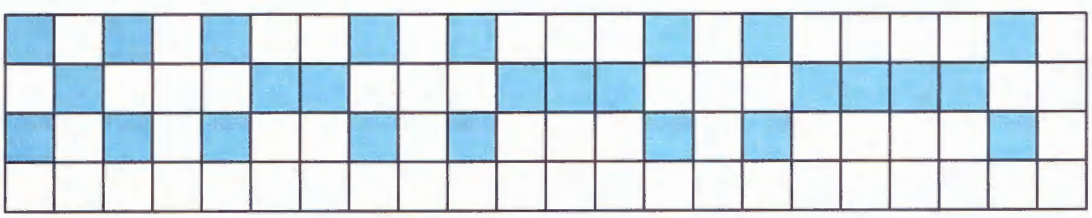
I. $(n + 2)^2 - (n + 4)$

II. $3(n + 2) - (n + 4)$

III. $2n + 2$

IV. $4n$

c) Cecilia pintó esta secuencia:



Construyan en sus carpetas una tabla como la del ítem **a)** para la secuencia de Cecilia.

d) ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones representan la cantidad de cuadraditos de color que corresponde al lugar n en la secuencia?

I. $3(n + 2) - 2(n + 1)$

II. $3(n + 2) - (n + 2)$

III. $n + 4$

IV. $4n + 1$

e) ¿Qué secuencia se obtiene si se superponen las figuras de Hugo y de Cecilia? Escriban una expresión para el término que ocupa el lugar n en esa secuencia.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

6 Calculen mentalmente la suma de los primeros dos números impares consecutivos; luego, de los tres primeros, de los cuatro primeros, etcétera.

a) Encuentren una expresión para la suma de los n primeros números impares.

.....

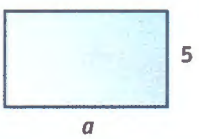
b) Clara sumó varios números impares consecutivos, comenzando por el 1, y la cuenta le dio 121. ¿Cuántos números sumó?

.....

7 Los datos que se dan en las figuras son en cm.

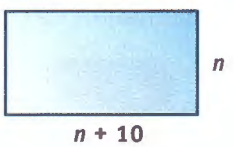
a) Escriban, para cada una de las siguientes figuras, una expresión que represente el perímetro en cm y otra que represente el área en cm^2.

I.



II.

III.

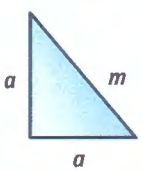


....

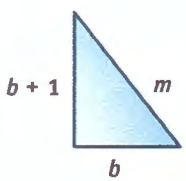
....

b) Encuentren una fórmula que permita hallar la medida en cm de m en cada uno de los siguientes triángulos rectángulos.

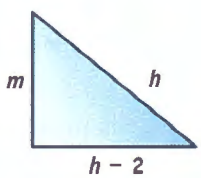
I.



II.



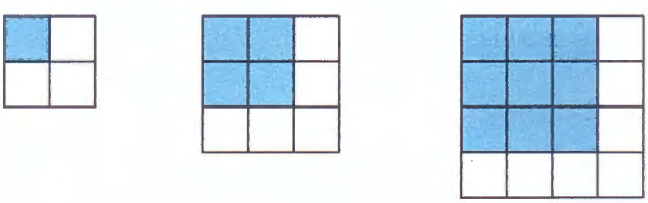
III.



....

....

8 Dibujen los dos términos siguientes en la secuencia que aparece a continuación y luego escriban las expresiones que se piden.



a) Número de cuadraditos blancos que forman la figura de orden n. .....

b) Número de cuadraditos de color que forman la figura de orden n .....

c) Fracción de cuadraditos blancos del número total de cuadraditos que forman la figura de orden n.

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Expresiones algebraicas

Para leer y recordar

Cuando queremos expresar en lenguaje matemático ciertas situaciones y representamos los números desconocidos mediante letras, estamos utilizando *expresiones algebraicas.*

Como las letras representan números que no conocemos, las operaciones deben quedar indicadas y, además, valen todas las propiedades estudiadas para números.

Algunos ejemplos de expresiones algebraicas son los siguientes:

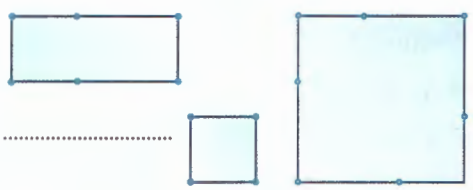
$\frac{4}{3}\pi r^3$ $\qquad$ $\frac{D \cdot d}{3}$ $\qquad$ $3 \cdot a + 1$ $\qquad$ $\frac{2+x}{y}$

9 Tomando como referencia las longitudes desconocidas de dos segmentos distintos, representadas por las letras a y b, encuentren expresiones algebraicas adecuadas para representar:

a) las longitudes de estos segmentos.

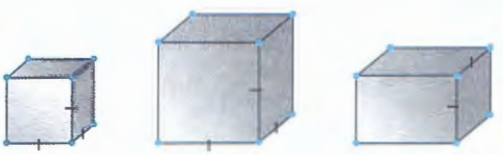
....

b) las áreas de estas figuras.



....

c) los volúmenes de estos cuerpos.



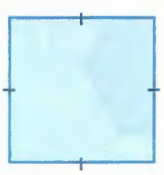
....

10 Completen con una expresión algebraica adecuada, tomando como referencia la longitud del segmento n.

a)

l = ...

b)



A = ...

c)

A = ...

d)

V = ...

11 Un grupo de alumnos averiguó que un viaje a Córdoba cuesta $300 para cada uno si viajan hasta 20 personas. Si viajan más de 20 personas, ese precio tendrá un descuento de $8 por cada persona que se agregue al grupo.

Escriban una expresión algebraica que represente el costo por persona si viajan n pasajeros, siendo $n > 25$, y calculen ese costo si viajan 28 personas.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Operaciones con expresiones algebraicas

Para leer y recordar

La expresión algebraica más sencilla es el *monomio,* que es el producto de un número, al que llamamos *coeficiente,* por una o varias letras, a las que llamamos *parte literal.*

Ejemplos:

$3\,ab$ — coeficiente: 3; parte literal: ab

$-0{,}7\,x^2$ — coeficiente: $-0{,}7$; parte literal: x^2

$\frac{1}{2}\,n^2m$ — coeficiente: $\frac{1}{2}$; parte literal: n^2m

pr^3 — coeficiente: 1; parte literal: pr^3

Es importante tener presente que *las letras representan números* y, por lo tanto, podemos aplicar las propiedades que ya conocemos.

Suma y resta de monomios

Para sumar o restar dos o más monomios que tienen la misma parte literal, se suman o se restan los coeficientes y se repite la parte literal.
Si la parte literal es distinta, la suma o la resta no se puede resolver y se deja indicada.

Ejemplos:

$a + a + a = 3a$

$2b - 3b = -b$

$2m + 5n - 2n = 2m + 3n$

$0{,}5x^2 - 4x + 1{,}5x^2 = 2x^2 - 4x$

$-5ab^2 + 1{,}3a^2b - ab^2 = -6ab^2 + 1{,}3a^2b$

12 Resuelvan, cuando sea posible, y reduzcan a la mínima expresión.

a) $2x + 3x - 4xy =$ .....

b) $3x^2 + 5x^2 - 2x^2 =$ .....

c) $4p - p =$ .....

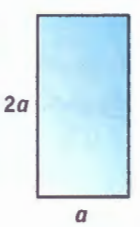
d) $x + 2x - 3y =$ .....

e) $a^3 + 3a^3 + 2a =$ .....

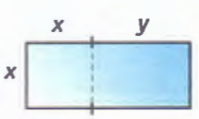
f) $-\frac{1}{3}\,n - \frac{2}{3}\,n + 2n^3 =$ .....

13 Utilicen el lenguaje algebraico para expresar el perímetro de las siguientes figuras:

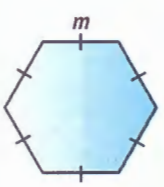
a)



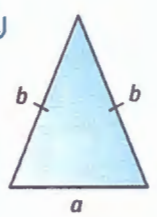
b)



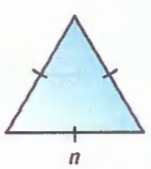
c)



d)



e)



14 Un fabricante de espejos quiere encontrar una fórmula que le permita hallar rápidamente el costo de un espejo cuadrado de cuyo lado conoce la medida en metros. El metro de varilla de madera para el marco cuesta $0,75; el metro cuadrado de cristal espejado cuesta $10, y la mano de obra se calcula en $2 por espejo.

a) Llamen l a la medida del lado y encuentren la fórmula que necesita el fabricante.

b) Calculen el costo de fabricar un espejo de 50 cm de lado.

c) Encuentren una fórmula para calcular el costo de un espejo rectangular cuyo ancho es $\frac{2}{3}$ del largo, suponiendo que se mantienen los costos anteriores para los materiales y para la mano de obra.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Multiplicación de monomios

Para observar

Para multiplicar monomios se multiplican los coeficientes y la parte literal "por separado".

Ejemplo: $2x \cdot 3xy = 2 \cdot 3 \cdot x \cdot xy = 6x^2y$

15 Multipliquen y obtengan la expresión más sencilla posible.

a) $3ab \cdot 5ab^2 =$ .....

b) $\frac{1}{2}n \cdot 4m =$ .....

c) $\frac{2}{3}xy \cdot \frac{3}{4}x =$ .....

d) $a \cdot 3a \cdot 4a^2 =$ .....

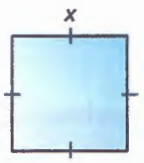
e) $0{,}5n \cdot p \cdot 3mp =$ .....

16 Utilicen el lenguaje algebraico para expresar el área de las siguientes figuras:

a)

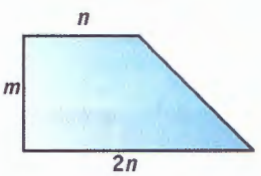
A = ...

b)



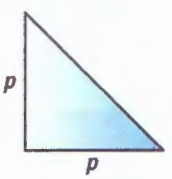
A = ...

c)



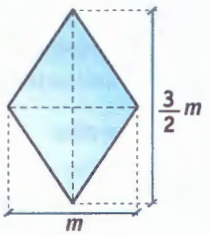
A = ...

d)



A = ...

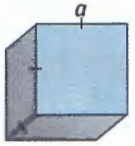
e)



A = ...

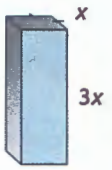
17 Indiquen mediante expresiones algebraicas el volumen de estos cuerpos:

a)



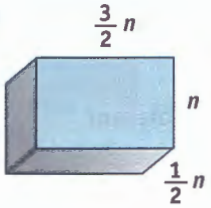
V = ...

b)



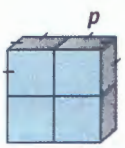
V = ...

c)



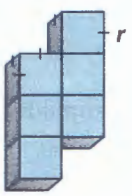
V = ...

d)



V = ...

e)



V = ...

18 Encuentren una fórmula que permita calcular el área de un rectángulo cuya base b es el doble de la altura h.

a) Si se conoce la base.

b) Si se conoce la altura.

19 Hallen una expresión que permita calcular el volumen de un paralelepípedo cuyo largo l es el doble del ancho a y del alto h.

a) Si se conoce el largo.

b) Si se conoce el alto.

20 Encuentren una expresión algebraica que permita calcular el costo en $ de comprar n revistas si cada una vale:

a) $\$p$. .....

b) el doble de $\$p$. .....

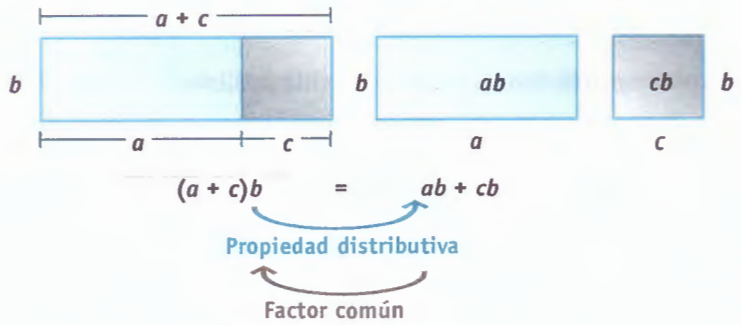
c) la mitad de $\$p$. .....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

La propiedad distributiva de la multiplicación y el factor común

Para observar

Podemos expresar el área de esta figura de dos maneras distintas.

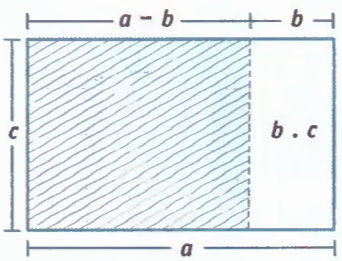


Esta igualdad expresa la *propiedad distributiva* de la multiplicación respecto de la suma.
Su aplicación en sentido contrario se llama *extracción de factor común*.

Ejemplos:

- $2x(3y - x^2) = 2x \cdot 3y - 2x \cdot x^2 = 6xy - 2x^3$ — Aplicamos la propiedad distributiva.
- $15a + 3b + 18c = 3(5a + b + 6c)$ — Extraemos factor común 3.
- $12a^2 - 4ac = 4a(3a - c)$ — Extraemos factor común $4a$.
- $5m + 25m^2 = 5m(1 + 5m)$ — Extraemos factor común $5m$.

21 Observen la figura y expresen el área sombreada de dos maneras distintas.



¿Qué propiedad expresa la igualdad que escribieron?

22 Apliquen la propiedad distributiva en las siguientes multiplicaciones:

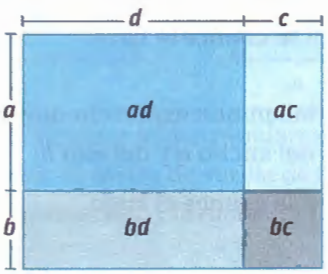
a) $2(3x + 2y) =$ .....

b) $m(3 + n) =$ .....

c) $(p - 2q)r =$ .....

d) $(a - b)3 =$ .....

23 Expresen el área de la figura de dos maneras distintas.



..... = ...

24 Apliquen la propiedad distributiva y obtengan la expresión más sencilla posible.

a) $(2x + y)(x + 3y)$

b) $(a - \frac{1}{2}b)(a + c)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Productos con nombre propio

Cuadrado de una suma

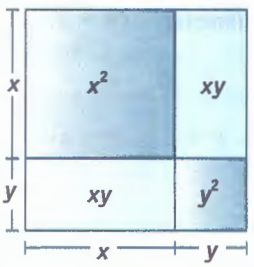
Para observar

Para desarrollar el cuadrado de una suma de dos términos, lo pensamos como el producto de la suma por sí misma y aplicamos la propiedad distributiva.

Ejemplo: $(x + y)^2 = (x + y)(x + y)$

$= x^2 + xy + xy + y^2$

$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

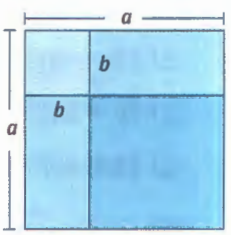


En todos los casos en los que calculemos el cuadrado de una suma de dos términos, obtendremos una expresión que contendrá *la suma de los cuadrados de ambos términos, más el doble del producto de ambos.*

25 Completen la tabla.

Cuadrado de la suma	Desarrollo del cuadrado
$(3 + x)^2$	
	$a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$
$(2a + 3b)^2$	
	$x^2 + 10x + 25$
$(4m + 1)^2$	

26 Observen la figura, desarrollen $(a - b)^2$ y describan la expresión que obtienen.



.....

.....

27 Desarrollen los siguientes cuadrados de restas:

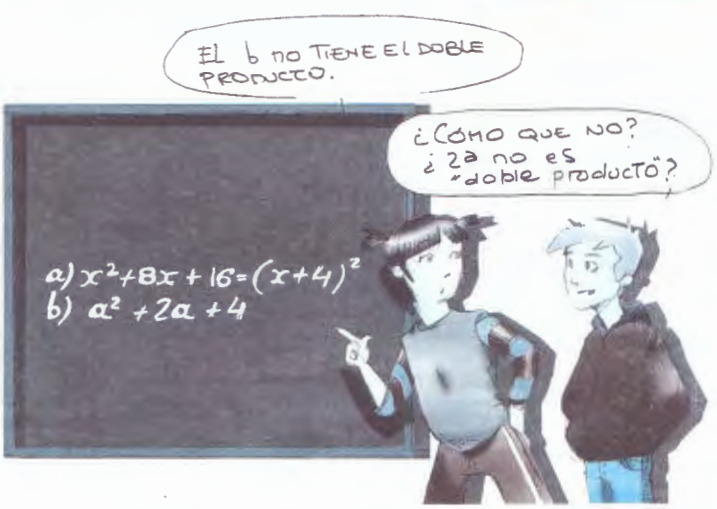
a) $(2xy - y)^2$

b) $(mn - 2)^2$

c) $(1 - 3ab)^2$

28 ¿Quién tiene razón: Martín o Cecilia?

.....



© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Cubo de una suma

Para observar

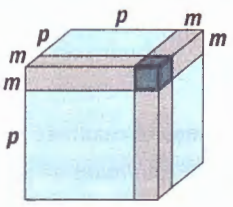
Para desarrollar el cubo de una suma de dos términos, desarrollamos primero el cuadrado y luego multiplicamos la expresión que obtuvimos por la suma original.

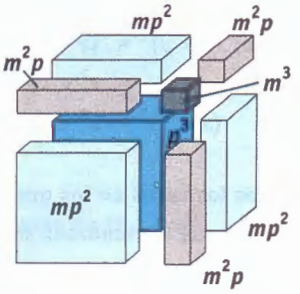
Ejemplo: $(m + p)^3 = (m + p)^2(m + p)$

$= (m^2 + 2mp + p^2)(m + p)$

$= (m^3 + 2m^2p + mp^2 + m^2p + 2mp^2 + p^3)$

$(m + p)^3 = m^3 + 3m^2p + 3mp^2 + p^3$





29 Observen detenidamente el desarrollo anterior y completen la siguiente frase:

En todos los casos en los que desarrollemos el cubo de una suma de dos términos, obtendremos una suma que contendrá los cubos de los dos términos de la suma, más el triple del producto del cuadrado del primer término por el segundo término más

.....

30 Desarrollen los siguientes cubos:

a) $(2a + b)^3 =$ .....

b) $(p + 3q)^3 =$ .....

c) $(2 + xy)^3 =$ .....

31 Desarrollen $(a - b)^3$ y describan la expresión que obtienen.

.....

.....

32 Completen la tabla.

Cubo de una suma o diferencia	Desarrollo del cubo
$\left(\frac{1}{3} + xy\right)^3$	
	$c^3 - \frac{3}{2}c^2b + \frac{3}{4}cb^2 - \frac{1}{8}b^3$
$(mp^2 - 1)^3$	

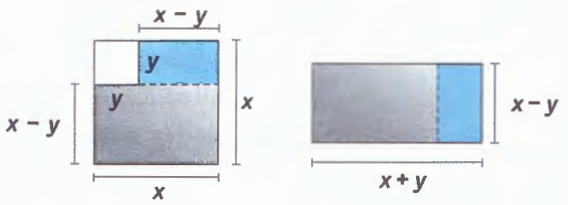
© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Producto de una suma por una diferencia

Para observar

Podemos desarrollar el producto de la suma de dos números por la diferencia entre ellos, aplicando la propiedad distributiva. En estos casos, siempre podremos cancelar los términos centrales.

$$(x + y)(x - y) = x^2 + xy - xy - y^2$$
$$= x^2 - y^2$$



La expresión que se obtiene es la *diferencia de los cuadrados* de los términos.

33 Desarrollen cada uno de los siguientes productos hasta obtener una diferencia de cuadrados:

a) $(mn - p^2)(mn + p^2) =$ .....

b) $(3ab - c)(3ab + c) =$ .....

c) $(2 + a)(2 - a) =$ .....

d) $(1 + xy)(1 - xy) =$ .....

34 Completen la tabla.

Diferencia de cuadrados	Producto de una suma por una diferencia
$\frac{1}{4}m^4 - 0{,}25$	
	$\left(\frac{1}{3} + ab\right)\left(\frac{1}{3} - ab\right)$
$0{,}36x^2 - 1$	
	$\left(\frac{1}{3}p - 0{,}1\right)\left(\frac{1}{3}p + 0{,}1\right)$

35 Indiquen cuál o cuáles de las siguientes expresiones representan el área de un triángulo isósceles si los lados iguales l miden 3 cm menos que la base y 3 cm más que la altura.

a) $\frac{(l + 3)}{2} \cdot \frac{(l - 3)}{2}$

b) $\frac{l^2}{2} - \frac{9}{2}$

c) $\frac{(l + 3)(l - 3)}{2}$

d) $\frac{(l - 3)^2}{2}$

36 Escriban las siguientes expresiones como el producto de una suma por una diferencia, cuando sea posible.

a) $4x^2 - y^4$

b) $p^2 - 9q^2$

c) $\frac{1}{9}n^2 - m^2$

d) $16a^2 + b^4$

37 A un cuadrado de lado a se le aumentan 2 cm en la base y se le reducen 2 cm en la altura para transformarlo en un rectángulo. Encuentren una expresión de dos términos que permita calcular su área.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Ecuaciones

Para leer y recordar

Una *ecuación* es una igualdad algebraica que se cumple sólo para algunos valores de las letras, a las que llamamos *incógnitas*.

Las *soluciones* de una ecuación son los valores que deben tomar las incógnitas para que se cumpla la igualdad, y *resolver* una ecuación es encontrar sus soluciones, si las hay.

Decimos que dos ecuaciones son *equivalentes* cuando tienen la misma solución.

Para resolver una ecuación es muy útil aplicar la siguiente propiedad: si sumamos o restamos el mismo número en ambos miembros de una ecuación, obtenemos otra ecuación equivalente. Lo mismo ocurre si multiplicamos o dividimos por un mismo número, siempre que éste sea distinto de cero.

Observen detenidamente el siguiente ejemplo:

1.° miembro 2.° miembro

$5x - 1 = 2x + 8$

términos

$5x - 1 = 2x + 8$

$5x - 1 + 1 = 2x + 8 + 1$

- Obtenemos una ecuación equivalente sumando 1 en ambos miembros. Cancelamos en el primer miembro (fíjense que el 1 que estaba restando apareció sumando en el otro miembro).

$5x = 2x + 9$

$5x - 2x = 2x + 9 - 2x$

- Del mismo modo, el término $2x$ que estaba sumando pasa de miembro restando.

$3x = 9$

$3x : 3 = 9 : 3$

- Dividimos ambos miembros por 3 (el 3 que estaba multiplicando pasa dividiendo) y obtenemos la solución.

$x = 3$

- Comprobamos: $5 \cdot 3 - 1 = 2 \cdot 3 + 8$

$14 = 14$ ✓

38 Encuentren grupos de ecuaciones que sean equivalentes y señálenlas con el mismo color.

a) $2x + 1 = 7$

b) $3x = \frac{1}{2}$

c) $2x = 50$

d) $2x + 30 = 20$

e) $3x - \frac{1}{2} = 1$

f) $3x = 75$

g) $2x = 6$

h) $2x = -10$

i) $4x = 12$

j) $2x = 8$

k) $x + 15 = 10$

l) $3x = \frac{3}{2}$

39 Indiquen si cada una de las siguientes afirmaciones es *verdadera* o *falsa*. Justifiquen sus respuestas.

a) $x^2 - 4 = 12$ tiene dos soluciones en $\mathbb{Z}$. .....

b) $3a - 15 = 7$ no tiene solución en $\mathbb{Q}$. .....

c) $n(n + 1) = n^2 + n$ tiene infinitas soluciones. .....

d) $x \,.\, 3 = 2$ no tiene solución en $\mathbb{N}$. .....

e) $x \,.\, 5 = 2$ tiene una única solución en $\mathbb{Q}$. .....

f) $x^2 = 4$ es equivalente a $x + 3 = 5$. .....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

40 Resuelvan los siguientes problemas utilizando ecuaciones.

a) El doble del siguiente de un número entero es once unidades mayor que la mitad del número. ¿Cuál es ese número?

.....

b) Los padres de Agustina se fueron de viaje por cuatro semanas y le dejaron $50 para sus gastos personales durante ese tiempo. Agustina destinó el dinero a las siguientes actividades: los miércoles fue al cine y pagó $3,50 la entrada; los viernes fue a comer hamburguesas con sus amigas y gastó $4,50 cada vez, y jueves por medio compró la revista *Rock Total*. ¿Cuánto cuesta la revista si le sobraron $12?

.....

c) Si a un número de dos cifras terminado en 8 se le suma 3 a la cifra de las decenas y se le resta 2 a la cifra de las unidades, se obtiene el doble del número original. ¿De qué número se trata?

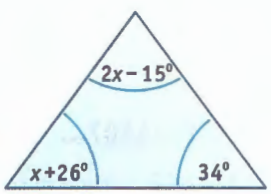
.....

d) ¿Qué edad tiene Pamela si el doble de la edad que tendrá dentro de 5 años supera a su edad actual en 23 años?

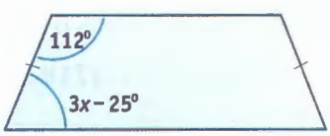
.....

41 Encuentren el valor de x en cada uno de los siguientes casos, utilizando los datos que se dan en las figuras.

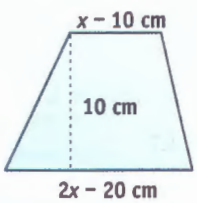
a)



b)



c)



Área del trapecio = 90 cm^2

42 Inventen una ecuación que cumpla la condición pedida en cada caso.

a) Que tenga por soluciones a 3 y –3. .....

b) Que tenga infinitas soluciones en $\mathbb{N}$. .....

c) Que no tenga solución en $\mathbb{Z}$ . .....

d) Que su única solución sea $\frac{4}{5}$ . .....

43 Redacten un problema que pueda resolverse mediante la siguiente ecuación:

$x \cdot 0{,}50 + (8 - x) \cdot 0{,}75 = 5{,}50$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Los números irracionales

44 Encuentren expresiones algebraicas que representen:

a) I. el perímetro del cuadrado.
II. el área del cuadrado.
III. la diagonal del cuadrado.

b) Hallen el valor numérico aproximado de las expresiones algebraicas anteriores, en los siguientes casos:

I. $x = 1$ II. $x = 2$

Para leer y recordar

Los números que tienen un *desarrollo decimal infinito y no periódico* se llaman *irracionales*.
Los números irracionales no pueden escribirse como fracción; por eso, no pertenecen al conjunto $\mathbb{Q}$ de los números racionales.
Algunos números irracionales son π; el número de oro $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$; las raíces cuadradas de números naturales que no son naturales, como $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$, etcétera.
También pueden "inventarse" números irracionales siguiendo una regla de formación.
Por ejemplo: 3,789101112...

45 Descubran la regla de formación de los siguientes números irracionales y agreguen dos cifras en cada uno.

a) 2,1425364758... b) 0,10912111413... c) −7,01040916...

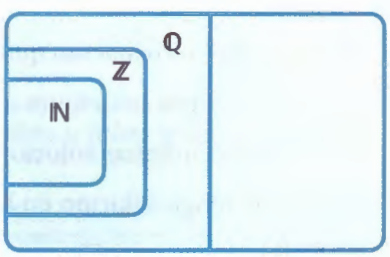
46 Inventen tres números irracionales y expliquen cuál es la regla de formación.

47 Clasifiquen los siguientes números en racionales o irracionales:

a) $7,\widehat{89}$
b) −1,45678
c) −3,1415161718....
d) $10,\overline{1234}$
e) −0,1234567...
f) 1,4142

48 Ubiquen los siguientes números dentro del diagrama:

a) $-1,\widehat{9}$
b) $3,\widehat{53}$
c) 3,533554445...
d) $-1,\widehat{19}$
e) $\frac{18}{6}$
f) 15 411 541



49 Contesten *verdadero* o *falso*. Justifiquen sus respuestas.

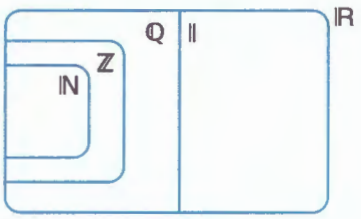
a) $\sqrt{1,44}$ es un número irracional.
b) $5,\widehat{9}$ es un número entero.
c) $\frac{2}{3}$ tiene infinitas cifras en su desarrollo decimal.
d) 3,8888... es mayor que 3,89.
e) $\sqrt{8}$ puede escribirse como fracción.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Los números reales

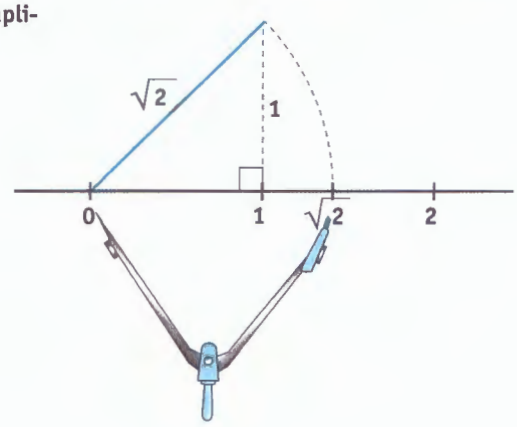
Para leer y recordar

El conjunto de todos los números irracionales se denomina $\mathbb{I}$.
Este y el conjunto $\mathbb{Q}$ de los números racionales forman el conjunto $\mathbb{R}$ de los números reales.
Los números reales ocupan toda la recta numérica, o sea que cada punto de la recta representa un número real y a cada número real le corresponde un punto de la recta.
Para representar en la recta numérica números como $\sqrt{2}$, aplicamos el teorema de Pitágoras.

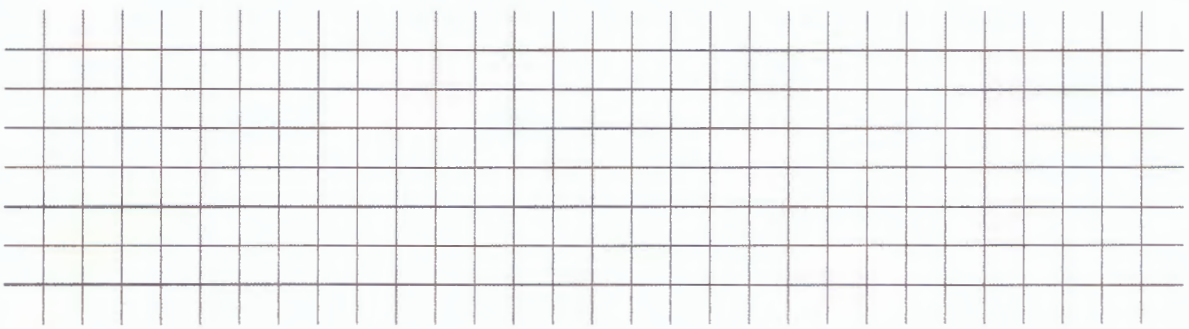


$$\sqrt{2} = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{1^2 + 1^2}$$

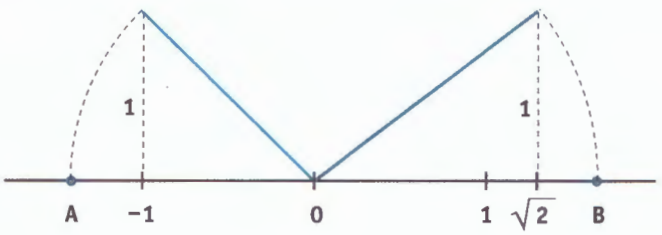
hipotenusa — catetos



50 Representen en la recta numérica $\sqrt{5}$ mediante una construcción similar a la realizada para $\sqrt{2}$. (Observen que $5 = 2^2 + 1^2$).



51 Indiquen a qué números corresponden los puntos A y B marcados en la recta numérica.



A = [redacted]

B = [redacted]

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Cálculo aproximado: truncamiento y redondeo

Para observar

Cuando trabajamos con números irracionales o con racionales periódicos no podemos escribirlos con su desarrollo decimal completo porque este tiene infinitas cifras. Con fines prácticos, en muchos casos usamos un *valor aproximado*.

Por ejemplo: 2,3 es un valor aproximado de $\frac{7}{3}$.
3,1416 es un valor aproximado de π.
1,41 es un valor aproximado de $\sqrt{2}$.

Para aproximar un número podemos hacerlo por *redondeo* o por *truncamiento*.

Observen algunos ejemplos de cómo aproximamos 1,2379.

Redondeo a los centésimos: 1,2379 $\cong$ 1,24

Le sumamos 1 al 3 (la cifra de los centésimos) porque le sigue un número mayor o igual que 5.

Redondeo a los décimos: 1,2379 $\cong$ 1,2

Desechamos las cifras siguientes sin cambiar nada porque al 2 le sigue una cifra menor que 5.

Truncamiento en los centésimos: 1,2379 $\cong$ 1,23

Cortamos el número en la cifra pedida y desechamos las siguientes.

Truncamiento en los décimos: 1,2379 $\cong$ 1,2

Cortamos el número en la cifra pedida y desechamos las siguientes.

52

a) Aproximen a los centésimos, por redondeo y por truncamiento, los siguientes números, y completen el cuadro.

b) ¿Cuál de las técnicas de aproximación les parece "mejor"? ¿Por qué?

.....

.....

	Por redondeo	Por truncamiento
$\frac{8}{9}$		
$\sqrt{5}$		
ϕ		
2,3499		
0,881		
π		

53 Escriban tres números periódicos que, redondeados a los centésimos, den 4,56.

54 Escriban tres números que cumplan la condición pedida en cada caso:

a) Redondeados a los décimos den 5,4 y truncados den 5,3.

b) Redondeados o truncados a los milésimos den 0,125.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Error absoluto, error relativo y error porcentual

Para leer y recordar

Cada vez que aproximamos el valor de un número, cometemos un *error.*

Si el valor aproximado es mayor que el valor verdadero, cometemos un *error por exceso;* si el valor aproximado es menor que el verdadero, el error es *por defecto.*

El *error absoluto* es el módulo de la diferencia entre el valor aproximado y el valor verdadero.

$\varepsilon_a = |V_A - V_V|$

El *error relativo* es el cociente entre el error absoluto y el valor aproximado.

$\varepsilon_r = \dfrac{\varepsilon_a}{V_A}$

Ejemplo:

Cuando aproximamos $3{,}258 \cong 3{,}26$ el error absoluto es este:

$|3{,}26 - 3{,}258| = 0{,}002$ por exceso.

En el ejemplo anterior $\varepsilon_r = \dfrac{0{,}002}{3{,}26} \cong 0{,}0006$

Para calcular el porcentaje de error o *error porcentual,* multiplicamos al error relativo por cien.

$\varepsilon_{\%} = \varepsilon_r \cdot 100$

55 Luis estimó los siguientes cálculos mentalmente.

a) Indiquen qué aproximaciones usó.

b) Verifiquen con la calculadora y calculen el error porcentual aproximado que cometió en cada caso.

I. $1{,}96 + 4{,}01 + 0{,}48 = 6{,}5$

II. $5{,}89 - 2{,}02 = 4$

III. $3{,}01 \cdot 4{,}99 = 15$

IV. $24{,}2 : 2{,}97 = 8$

56 Consideren los números 5,498 y 6,175.

a) Calculen el redondeo de cada uno a los centésimos, la suma de los valores obtenidos, y el error absoluto y relativo que se comete en cada caso.

b) Súmenlos y calculen el redondeo delresultado a los centésimos y los respectivos errores.

c) ¿Qué conclusión pueden sacar?

57 Averigüen si la conclusión anterior es válida para el producto entre 3,148 y 4,256, redondeando a los centésimos. Justifiquen su respuesta.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Aproximación de raíces

Para observar

Para aproximar por tanteo $\sqrt{7}$ sin utilizar la calculadora, podemos hacer así:

Buscamos dos cuadrados enteros entre los que esté comprendido 7. $\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$

$2 < \sqrt{7} < 3$

Calculamos el cuadrado de un número intermedio entre 2 y 3. $2{,}5^2 = 6{,}25$

Como $6{,}25 < 7$, entonces: $2{,}5 < \sqrt{7} < 3$

Volvemos a calcular el cuadrado de un número intermedio entre 2,5 y 3.

$2{,}75^2 = 7{,}5625$

Como es mayor que 7, entonces: $2{,}5 < \sqrt{7} < 2{,}75$

Repetimos el proceso y obtenemos que: $2{,}625 < \sqrt{7} < 2{,}75$

Y luego: $2{,}625 < \sqrt{7} < 2{,}6875$

Así conseguimos una aproximación a los décimos: $\sqrt{7} \cong 2{,}6$

58 Obtengan por tanteo valores aproximados de las siguientes raíces:

a) $\sqrt{5}$ hasta los décimos. b) $\sqrt{15}$ hasta los centésimos.

59 Estimen el error porcentual que cometieron en las aproximaciones de la actividad anterior.

Orden de magnitud

Para leer y recordar

El *orden de magnitud* de un número es la potencia de diez más cercana al número.

Ejemplos:

El orden de magnitud de 125 000 es 10^5 pues $125\,000 = 1{,}25 \cdot 10^5$

El orden de magnitud de 0,0087 es 10^{-2} pues $0{,}0087 = 8{,}7 \cdot 10^{-3}$ y

$10^{-3} < 8{,}7 \cdot 10^{-3} < 10^{-2}$ pero $8{,}7 \cdot 10^{-3}$ está más cerca de 10^{-2}.

60 Hagan las averiguaciones necesarias para calcular el orden de magnitud de lo siguiente:

a) La velocidad de la luz en km/s.

b) El diámetro de la Tierra en km.

c) La medida de un año luz en km.

d) El tamaño aproximado del virus de la aftosa en mm.

e) La cantidad de habitantes de la Argentina.

61 Si se multiplica un número cuyo orden de magnitud es 10^2 por otro cuyo orden de magnitud es 10^3, ¿podrían predecir el orden de magnitud del producto?

62 Si se divide un número del orden de 10^5 por otro del orden de 10^3, ¿de qué orden será el cociente?

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

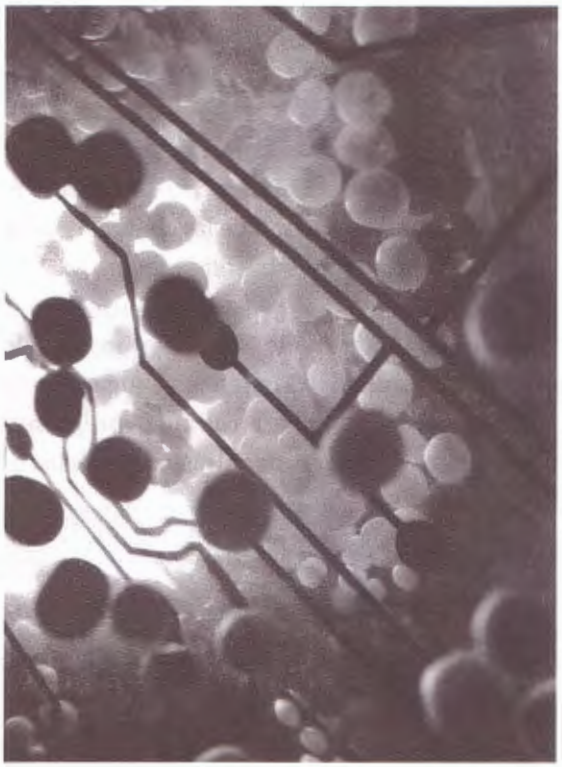
Expresiones algebraicas en la sangre

Un individuo que pesa 75 kg tiene alrededor de 6 litros de sangre, que equivale más o menos al 8% de su peso corporal. Aproximadamente, el 60% de la sangre es un líquido de color pajizo llamado *plasma*, que es en un 90% agua. El resto está constituido por los glóbulos rojos, los glóbulos blancos y las plaquetas.

Los glóbulos rojos, o *eritrocitos*, están especializados en el transporte de oxígeno.

Hay aproximadamente 5 millones de glóbulos rojos por milímetro cúbico de sangre en el cuerpo de un hombre adulto, y por cada mil glóbulos rojos en el torrente sanguíneo, hay 1 ó 2 glóbulos blancos o *leucocitos*.

El lapso de vida de un glóbulo rojo es breve: entre 120 y 130 días. En este mismo momento, en nuestro cuerpo están muriendo glóbulos rojos a un ritmo de aproximadamente 2 millones por segundo, pero a igual ritmo están formándose sus reemplazantes en la médula ósea.



63 Un estudiante de medicina desea encontrar una expresión que le permita, con el único dato del peso del paciente, obtener cierta información sobre los valores normales de su sangre.

Utilicen el lenguaje algebraico y encuentren una expresión que represente los siguientes valores normales para un hombre adulto de peso p.

a) Los litros de sangre l que hay en su cuerpo: .....

b) Los millones de glóbulos rojos g_r que posee en total: .....

c) El mínimo y el máximo de glóbulos blancos g_b: .....

64 Calculen los valores normales de litros de sangre, glóbulos rojos y glóbulos blancos que debería tener un hombre adulto que pesa 62 kg, utilizando las expresiones algebraicas que encontraron.

.....

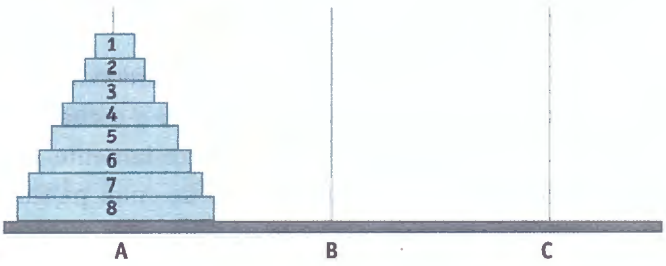
.....

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Juegos matemáticos

La torre de Hanoi



Existe un juego, diseñado a partir de una leyenda india, que consiste en una base con tres columnas y ocho discos de distintos tamaños, de madera o de plástico.
Los discos se insertan, inicialmente, en una de las columnas, de mayor a menor, y el juego consiste en pasar todos los discos a otra de las columnas en el menor número de pasos posible, sin colocar nunca un disco de mayor tamaño sobre otro menor.

65 Armen una torre de Hanoi con tres palillos sobre un trozo de telgopor y ocho discos de papel de distintos tamaños. Comiencen a jugar con tres discos y vayan aumentando la cantidad.

a) Completen la tabla en la que n representa el número de discos y m, el menor número de movimientos necesario para trasladar los discos.

n	1	2	3	4	5
m					

b) ¿Cuál de las expresiones siguientes representa el menor número de movimientos necesarios para pasar n discos?

I. $2n - 1$ II. $2^n - 1$ III. 2^{n-1}

Dados reales

Juan Manuel tiene un juego que consta de cinco dados. Algunos tienen en sus caras números del 0 al 9 y otros tienen los signos de las operaciones. Una vez que se elige el conjunto numérico en el que se va a jugar, cada jugador debe armar todos los números posibles que surjan de combinar las operaciones y los números que le tocaron en la tirada de dados, en un cierto tiempo.

Por ejemplo, con la tirada que se ve en la imagen, teniendo en cuenta que para las raíces el índice se coloca adelante y que "$*$" significa "por ", se podrán formar, entre otros, los siguientes números:

$8 = \boxed{4}\ \boxed{*}\ \boxed{2}$

$6 = \boxed{2}\ \boxed{*}\ \boxed{3}$

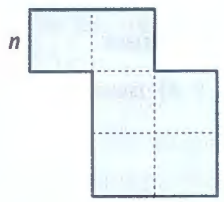
$2 = \boxed{2}\ \boxed{\sqrt{\ }}\ \boxed{4}$

66 Peguen las páginas 27 y 29 de este cuadernillo en una cartulina, recorten las figuras y armen los dados. Formen todos los números irracionales que puedan para la tirada de dados mencionada.

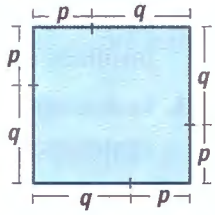
© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

67 Escriban expresiones algebraicas que correspondan al perímetro y al área de las siguientes figuras:

a)

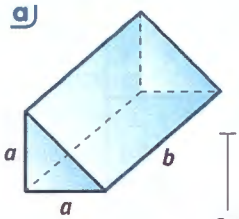


b)

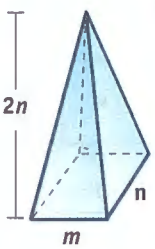


68 Escriban expresiones algebraicas que correspondan al volumen de los siguientes cuerpos:

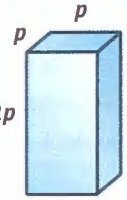
a)



b)



c)



69 Apliquen la propiedad correspondiente y resuelvan.

a) $(m + 3)^2$

b) $(x - 2)^2$

c) $(a + 4)^3$

d) $(p - 1)^3$

e) $(b + 2)(b - 2)$

70 Apliquen la propiedad correspondiente y resuelvan.

a) $(x + 3y)(x - y)^2$

b) $(m - 2p)(m + 2p) - 3p^2$

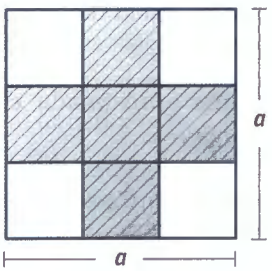
c) $(a + c)^3 - 2a^2c + 2c^3$

d) $3b(a^2c - b)(ab + c)$

e) $2(m + n)^2 - m^2 + 3mn$

f) $\left(\frac{1}{2}xz - y\right)\left(\frac{1}{2}xz + y\right)$

71 Observen la figura.



a) Indiquen cuál o cuáles de las siguientes expresiones representan el perímetro de la figura sombreada.

I. $\frac{4}{3}a$

II. $4a$

III. $\frac{2}{3}a$

b) Indiquen cuál o cuáles de las siguientes expresiones representan el área de la figura sombreada.

I. $a^2 - 4a$

II. $\frac{5}{3}a^2$

III. $\frac{5}{9}a^2$

72 Contesten *verdadero* o *falso*. En este último caso, muéstrenlo con un ejemplo.

a) Si el orden de magnitud de un número es 10^3, el de su cuadrado es 10^9.

b) La aproximación por truncamiento siempre es por defecto.

c) La aproximación por redondeo siempre es por exceso.

d) El error que se comete al truncar siempre es mayor que el que se comete al redondear.

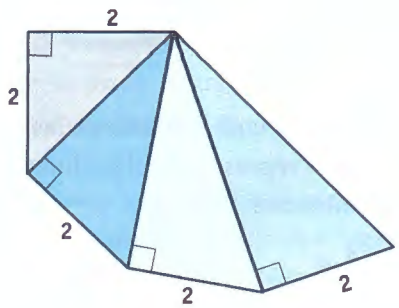
e) Al redondear a los décimos el error que se comete es del orden de 10^{-2}.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

73 Calculen.

a) La medida *exacta* de la hipotenusa del triángulo mayor.

b) La medida aproximada con un error menor que 0,005.



74 Calculen el error absoluto y el error porcentual cometido en cada una de las siguientes aproximaciones.

a) $\frac{2}{3} \cong 0{,}66$

b) $\frac{2}{3} \cong 0{,}67$

c) $0{,}5 \cong 0{,}5$

d) $100{,}\widehat{5} \cong 100{,}5$

75

a) Calculen el volumen de un cilindro de 6,15 cm de diámetro y 8 cm de altura.

I. Redondeando π a los centésimos y el resultado a los milésimos.

II. Redondeando π a los milésimos y el resultado a los centésimos.

III. Redondeando π y el resultado a los centésimos.

b) Calculen el área de una esfera de 4,17 m de diámetro.

I. Redondeando π a los centésimos y el resultado a los milésimos.

II. Redondeando π a los milésimos y el resultado a los centésimos.

III. Redondeando π y el resultado a los centésimos.

76 Completen los cuadrados mágicos y hallen el valor de x. Recuerden que la suma de las filas, de las columnas y de las diagonales debe ser la misma.

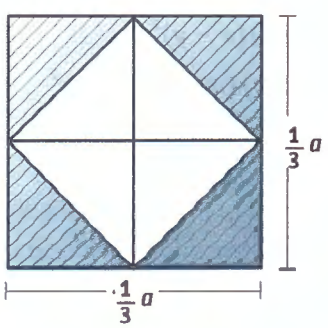
a)

$x + 2$		$x - 2$
	$2x - 7$	
x		2

b)

x		4
	$x + 3$	
$3x$		$3x + 2$

77 Expresen como un monomio el área sombreada.



© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

78 Escriban una fórmula que sirva para calcular la altura h de una pared, sabiendo esto:

a) es un 40% mayor que el ancho a.

b) es $\frac{5}{4}$ del ancho a.

c) es las tres cuartas partes del ancho a, más 20 cm.

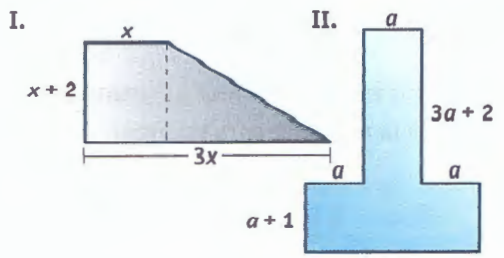
79 Leandro empezó a entrenarse el lunes para las olimpíadas matemáticas de su escuela. Cada día resolvió dos problemas más que el día anterior y el viernes ya había resuelto 40. ¿Cuántos resolvió el lunes?

80 Iván tiene en su bolsillo igual cantidad de monedas de 50 centavos que de billetes de $2 y quiere comprarse una remera. Si usa todos los billetes, le sobran $3 y si usa solamente las monedas, le faltan $7,50. ¿Cuánto cuesta la remera?

81 En la biblioteca de la escuela hay cierta cantidad de libros de Matemática; los de Lengua son el doble de los de Matemática, menos diez libros; los de Ciencias Sociales son las tres cuartas partes de los de Lengua. ¿Cuántos libros de cada materia hay si los de las tres materias suman 95?

82 Las medidas de las figuras están expresadas en cm.

a) Encuentren una expresión para el perímetro en cm y otra para el área en cm^2 de ambas figuras.



b) Calculen el área y el perímetro para $x = 3{,}2$ cm y $a = 5{,}15$ cm.

c) Redondeen los valores de las áreas a los décimos y calculen el error porcentual que cometieron al hacerlo.

83 Encuentren una fórmula adecuada para cada una de las siguientes situaciones:

a) El costo de un viaje de n km en un auto de alquiler si el precio es $1,50 más $0,70 por km recorrido.

b) El área de la figura que se obtiene al aumentar 5 cm a la base b y 2,5 cm a la altura h de un rectángulo.

c) El perímetro de un triángulo isósceles de base m cuyos lados iguales miden 3 cm más que la base.

d) El área del cuadrado que se obtiene al reducir 4 cm los lados l de otro cuadrado mayor.

e) El área de un hexágono regular de lado c.

f) La edad k de un chico que dentro de 10 años tendrá la mitad de la edad de su padre, si este le lleva 24 años.

84 Desarrollen las siguientes potencias:

a) $(z + 1)^2$

b) $(3y + 2)^2$

c) $(2m + 1)^3$

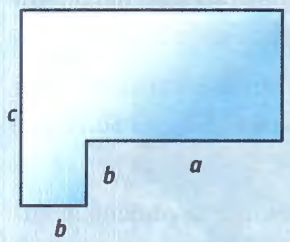
d) $(ab - c)^3$

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

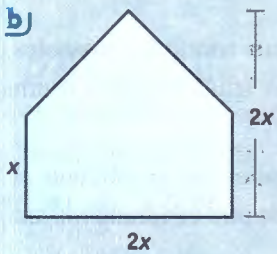
AUTOEVALUACIÓN

1 Utilicen una expresión algebraica para representar el perímetro y el área de estas figuras.

a)



b)



2 Apliquen la propiedad distributiva.

a) $2a\left(\frac{1}{2}ab + c\right)$

b) $(0{,}25m - n)(4mn + p)$

c) $3x(x^2 + 2y)(x - 1)$

3 Extraigan factor común.

a) $\frac{1}{2}xyz + \frac{1}{4}x^2y + \frac{1}{8}xz^2$

b) $12ab + 3a - 21a^2b + 15abc$

c) $3zm - 4zm^3 + 5z^2m$

4 Resuelvan.

a) $(a - 2z)^2 + (z - 2a)^2$

b) $(2 + 3m)(2 - 3m) + 6m^2$

c) $(1 - 2x)^3 + 24x^2$

5 Ubiquen los siguientes números en el diagrama:

a) 1,4545

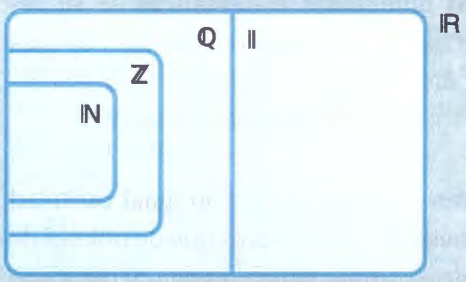
b) $1{,}\widehat{45}$

c) 1,454647...

d) 1,454647

e) $\frac{17}{6}$

f) $\frac{18}{6}$



6 Inventen tres números irracionales comprendidos entre $\sqrt{10}$ y $\sqrt{11}$ y expliquen la regla de formación que utilizaron.

7 Ordenen en forma creciente.

a) $\sqrt{2}$

b) $1{,}\widehat{41}$

c) 1,41424344...

d) $1{,}4142\widehat{13}$

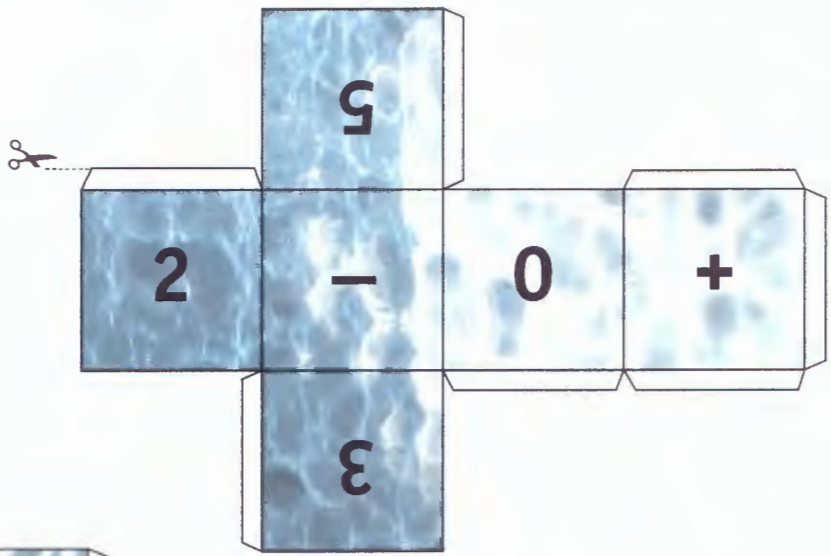
e) $1{,}\widehat{4}$

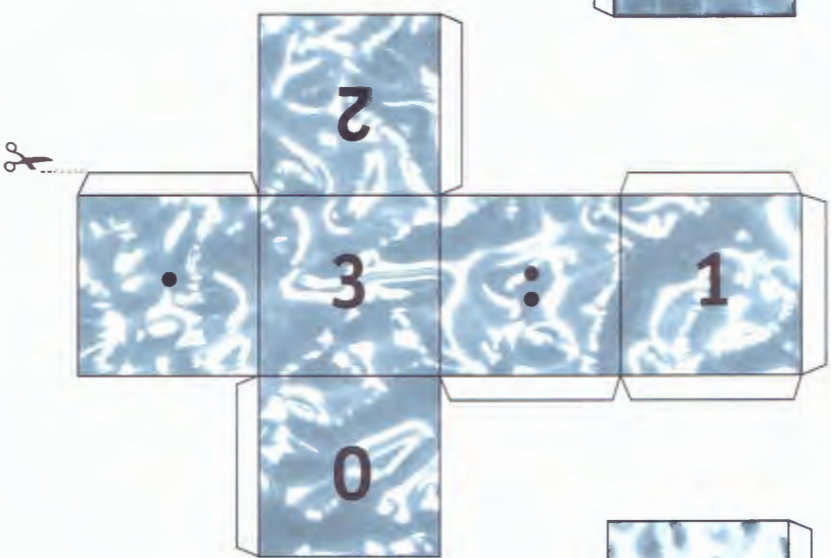
f) 1,41

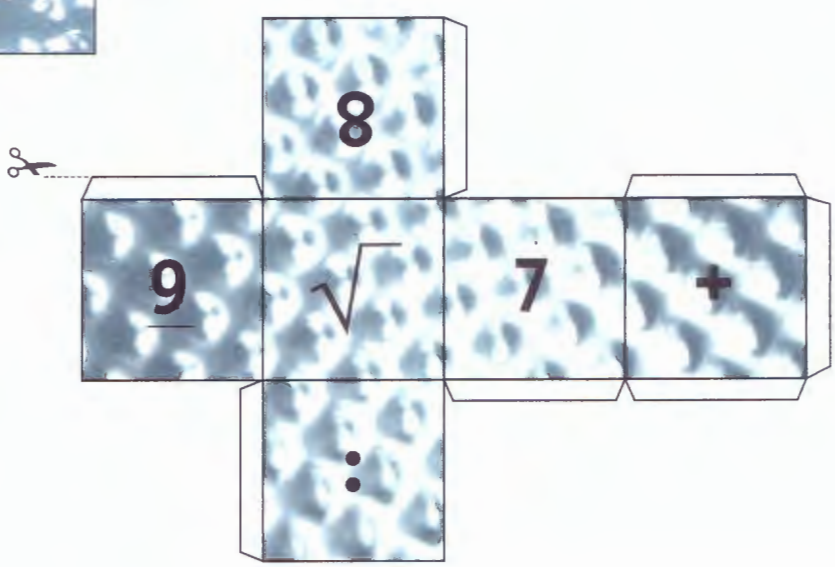
8 Aproximen $\frac{1+\sqrt{5}}{3}$ por redondeo y truncamiento a los centésimos, y calculen el error absoluto, el relativo y el porcentual.

9 Hallen por tanteo un valor aproximado de $\sqrt{13}$ hasta la segunda cifra decimal.

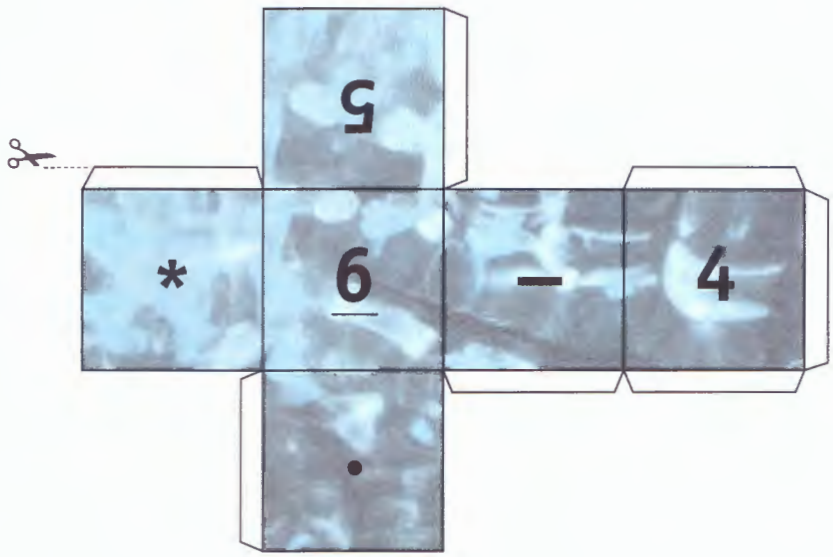
© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

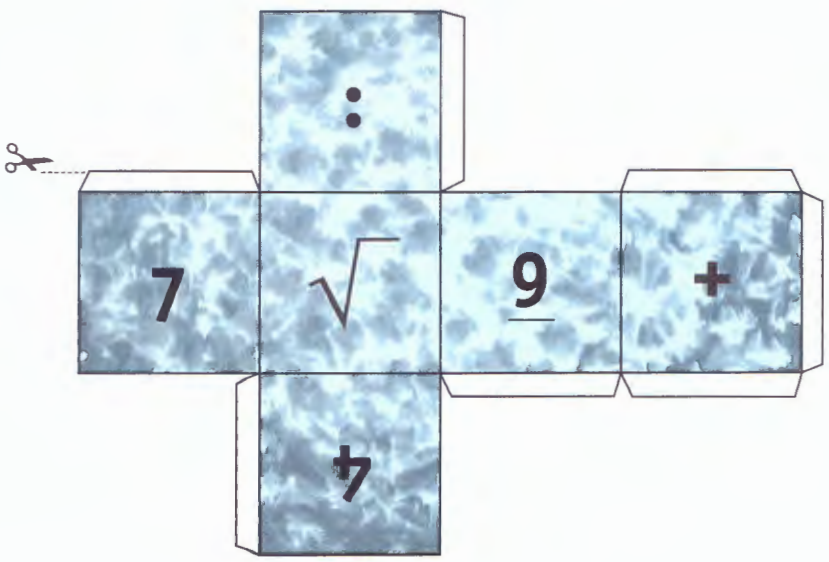






© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

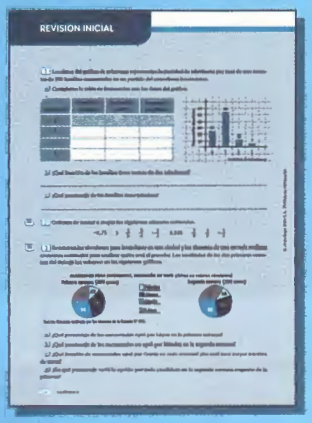




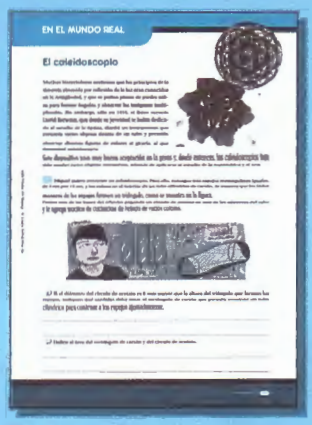
© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Cómo son estos cuadernillos

Apertura
Una situación disparadora es el eje que abre cada capítulo.



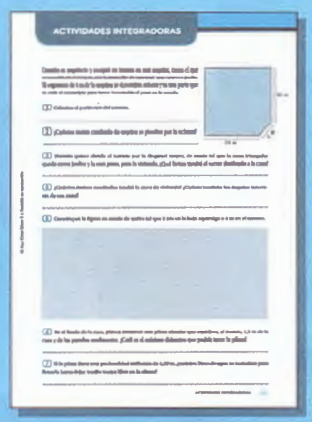
Revisión inicial
Incluye actividades para repasar los conocimientos previos.



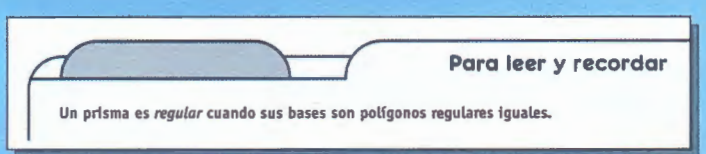
En el mundo real
Trata ejemplos con datos concretos, vinculados a aplicaciones a otras disciplinas y a situaciones cotidianas.

Más actividades
Contiene una serie adicional de ejercitaciones diversas de todos los temas desarrollados en el capítulo.

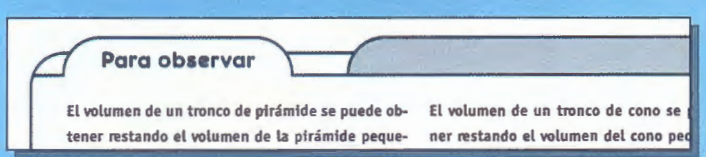
Autoevaluación
Se propone una combinación de actividades que servirá a modo de evaluación de los contenidos tratados en el capítulo.



Actividades integradoras
Al final de los cuadernillos 3, 5 y 8, se presenta una sección con propuestas destinadas a interrelacionar los contenidos de los cuadernillos anteriores.



Los recuadros identificados con la leyenda **Para leer y recordar** contienen información necesaria para la resolución de las actividades (conceptos, fórmulas, definiciones).


Para observar
El volumen de un tronco de pirámide se puede obtener restando el volumen de la pirámide peque-
El volumen de un tronco de cono se
ner restando el volumen del cono pe

Los recuadros identificados con la leyenda **Para observar** contienen ejemplos explicados.

Este ícono indica que la actividad debe ser resuelta en una hoja aparte.

Un número con fondo de color indica que la actividad es de mayor complejidad.

AIQUE